

文章编号: 1000-8055(2008)12-2196-16

纤维泊松收缩对陶瓷基复合材料基体裂纹演化影响

李龙彪, 宋迎东, 孙志刚

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016)

摘 要: 采用细观力学方法分析了陶瓷基复合材料在单向拉伸载荷作用下纤维泊松收缩对基体裂纹演化的影响, 将库仑摩擦法则与拉梅公式相结合分析复合材料细观应力场, 结合临界基体应变能准则以及界面脱粘断裂力学方法确定基体裂纹演化, 讨论了界面摩擦系数、纤维泊松比、界面脱粘韧性以及纤维体积百分比等参数对界面脱粘和基体裂纹演化产生的影响, 并与常界面剪应力假设下基体裂纹演化进行了对比。

关 键 词: 陶瓷基复合材料; 基体裂纹; 界面脱粘; 泊松收缩; 库仑摩擦

中图分类号: V231.91

文献标识码: A

Influence of fiber Poisson contraction on matrix cracking development of ceramic matrix composites

LI Long-biao, SONG Ying-dong, SUN Zhi-gang

(College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The influence of fiber Poisson contraction on matrix cracking development of ceramic matrix composites under unidirectional tensile was studied in this paper. The micro stress field was analyzed by combining the Coulomb's friction law and the Lamé formulation. The matrix cracking development was determined by the critical matrix strain energy criterion and the fracture mechanics interface de-bonding criterion. The influence of interface friction coefficient, fiber Poisson ration, interface de-bonding toughness and the fiber volume fraction on the interface de-bonding and matrix cracking development was discussed in this article. The present analysis was compared with the results under the assumption of the constant interface shear stress.

Key words: matrix cracking; ceramic matrix composites; interface de-bonding; Poisson contraction; Coulomb's friction

陶瓷材料具有耐高温、抗腐蚀以及耐磨损等优点, 但其脆性限制了其在高温结构部件上的应用, 连续纤维增强陶瓷基复合材料克服了陶瓷材料脆性失效, 提高了其失效应变, 继承了陶瓷材料

耐高温特性, 目前已经在航空发动机结构部件上得到了应用^[1]。

纤维增强陶瓷基复合材料单向拉伸时会出现基体裂纹^[2-3]、界面脱粘^[4]和纤维失效^[5]等损伤机

收稿日期: 2007-11-30; **修订日期:** 2008-03-10

基金项目: 南京航空航天大学博士学位论文创新与创优基金(BCXJ08-85); 江苏省普通高校研究生创新基金(CX08B-1338); 博士点基金(20070287039)

作者简介: 李龙彪(1983-), 男, 河南焦作人, 博士生, 主要从事陶瓷基复合材料疲劳行为研究。

制. Chiang^[2]对初始基体开裂进行了研究,讨论了界面脱粘对初始基体开裂的影响. Solti 等^[3]对基体裂纹演化进行了研究,提出了临界基体应变能准则,考虑了界面脱粘对基体裂纹演化的影响.在上述对初始基体开裂以及基体裂纹演化的分析中,均假设脱粘区界面剪应力为常数,而事实上由于纤维在基体裂纹平面桥接载荷,纤维的泊松收缩将对纤维、基体轴向应力分布产生明显影响, Gao 等^[4]、张鸿等^[6]对纤维拔出进行了分析,发现脱粘区界面剪应力沿界面发生变化,而不是常数,采用库仑摩擦法则,假设脱粘区界面剪应力与纤维/基体界面压应力呈正比将能更好的描述纤维与基体轴向应力分布.

本文采用库仑摩擦法则分析脱粘区界面剪应力,结合拉梅公式得到了脱粘区和界面粘结区复合材料细观应力场.将 Solti 等^[3]提出的研究基体裂纹演化的临界基体应变能准则与 Gao 等人^[4]提出的研究界面脱粘的断裂力学方法相结合,分析纤维泊松收缩对界面脱粘以及基体裂纹演化产生的影响.

1 应力分析

当基体出现裂纹、界面发生脱粘时,纤维在基体裂纹平面承担桥接作用,在基体裂纹平面纤维桥接应力为 σV_f , V_f 为纤维体积百分比,基体裂纹间隔为 L ,界面脱粘长度 l_s ($l_s < L/2$),外基体圆柱半径为 R ($R = r/V_f^{1/2}$), r 为纤维半径(图 1).

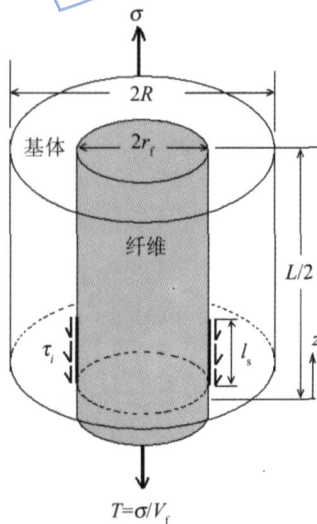


图 1 复合材料圆柱模型

Fig. 1 Composite cylinder model

1.1 界面脱粘区

假设轴向应力与径向无关,由轴向应力平衡关系得

$$V_f \sigma_f(z) + V_m \sigma_m(z) = \sigma$$

上式中 $\sigma_f(z)$, $\sigma_m(z)$ 分别为纤维和基体轴向应力, $V_m = 1 - V_f$ 为基体体积百分比. 纤维和基体径向应力应变关系为

$$(\varepsilon_r)_f = \frac{(\sigma_r)_f - \nu_f [\sigma_f + (\sigma_\theta)_f]}{E_f} \quad (2)$$

$$(\varepsilon_r)_m = \frac{(\sigma_r)_m - \nu_m [\sigma_m + (\sigma_\theta)_m]}{E_m} \quad (3)$$

式中 ε , E , ν 分别表示应变、弹性模量和泊松比,下标 f, m 分别表示纤维和基体.

假设纤维和基体轴向应力均匀分布^[2-4],将拉梅法则与式(2)和(3)相结合,并由边界条件^[4]得到纤维径向应力 $(\sigma_r)_f$ 和纤维环向应力 $(\sigma_\theta)_f$ 为

$$(\sigma_r)_f = (\sigma_\theta)_f = q_0(z) = \frac{\alpha \sigma_f(z) - \nu_m \sigma_m(z)}{1 + \nu_m + 2\nu_f + \alpha(1 - \nu_f)} \quad (4)$$

式中 $\alpha = E_m/E_f$, $\nu = V_f/V_m$.

基体径向应力 $(\sigma_r)_m$ 和环向应力 $(\sigma_\theta)_m$ 为

$$(\sigma_r)_m = \frac{\gamma R^2 q_0(z)}{r^2} - \gamma q_0(z) \quad (5)$$

$$(\sigma_\theta)_m = -\frac{\gamma R^2 q_0(z)}{r^2} - \gamma q_0(z) \quad (6)$$

在界面滑移区 ($0 \leq z \leq l_s$), 由于纤维和基体热膨胀系数不匹配,当基体热膨胀系数大于纤维 ($\alpha_m > \alpha_f$) 时,纤维/基体界面将存在压力 q_i ^[7]

$$q_i = \frac{E_f E_m (\alpha - \alpha_m) \Delta T}{E_f (1 + \nu_m) + E_m (1 - \nu_f)} \quad (7)$$

式中 ΔT 为制造温度与室温之差.

根据库仑摩擦法则得到脱粘区摩擦界面剪应力 $\tau(z)$ 为

$$\tau(z) = \mu [q_i - q_0(z)] \quad (8)$$

式中 μ 为界面摩擦系数.

根据剪滞理论^[2],纤维轴向应力满足平衡关系

$$\frac{d\sigma_f(z)}{dz} = -\frac{2\tau(z)}{r_f} \quad (9)$$

在基体裂纹平面处边界条件为

$$\sigma_f(z=0) = \frac{\sigma}{V_f} \quad (10)$$

$$\sigma_m(z=0) = 0 \quad (11)$$

求解式(1)、式(7)~(9),结合边界条件(10)和(11)得到界面脱粘区纤维、基体轴向应力和界面剪应力

$$\left\{\begin{aligned}\sigma(z) &= \frac{\sigma}{V_f} - \frac{a_f}{V_f(a_f + \gamma v_m)} \times \\ &\quad (\bar{\sigma} - \sigma(e^{\lambda z} - 1)) \\ \sigma_m(z) &= \frac{a_f}{V_m(a_f + \gamma v_m)} \times \\ &\quad (\bar{\sigma} - \sigma(e^{\lambda z} - 1)) \\ \tau(z) &= \frac{a_f \gamma \lambda}{2V_f(a_f + \gamma v_m)} \times \\ &\quad (\bar{\sigma} - \sigma e^{\lambda z})\end{aligned}\right.$$

式中

$$\bar{\sigma} = \frac{V_f Q}{a_f} [1 + v_m + 2\gamma + \alpha(1 - v)] \quad (13)$$

$$\lambda = \frac{2\mu k}{r_f}, k = \frac{a_f + \gamma v_m}{1 + v_m + 2\gamma + \alpha(1 - v)} \quad (14)$$

1.2 界面粘结区

根据式(2)~(6)得到纤维和基体轴向应力应变关系为

$$\varepsilon_f = \frac{dw_f(z)}{dz} = \frac{1}{E_f} [\sigma - 2v q_0] \quad (15)$$

$$\varepsilon_m = \frac{dw_m(z)}{dz} = \frac{1}{E_m} [\sigma_m + 2v_m q_0] \quad (16)$$

式中 $w_f(z)$, $w_m(z)$ 分别为纤维和基体轴向位移. 在界面粘结区, 纤维与基体之间无相对位移, 纤维应变等于基体应变 ($\varepsilon = \varepsilon_m$), 结合式(1)和式(15), (16)得到界面粘结区 $z \in [l_s, L/2]$ 纤维和基体的轴向应力

$$\left\{\begin{aligned}\sigma_o &= \frac{1 - 2v_m k}{V_m[\alpha + \gamma - 2k(a_f + \gamma v_m)]} \sigma \\ \sigma_{mo} &= \left[1 - \frac{v[1 - 2v_m k]}{\alpha + \gamma - 2k(a_f + \gamma v_m)}\right] \frac{\sigma}{V_m}\end{aligned}\right. \quad (17)$$

令 $v(z)$ 表示界面脱粘区 $z \in [0, l_s]$ 纤维相对基体轴向位移, 结合式(12)和(15), (16)得到

$$\begin{aligned}w_f(z) &= -\frac{k_0(L/2 - z)}{E_f} \sigma - \frac{1 - 2v k}{E_f} \times \\ &\quad \frac{\sigma}{V_f} \left(l_s - z \right) - \frac{a_f(\bar{\sigma} - \sigma)}{V_f(a_f + \gamma v_m)} \times \\ &\quad \left[\frac{e^{\lambda l_s} - e^{\lambda z}}{\lambda} - (l_s - z) \right] + \\ &\quad \frac{(1 - 2v_m k)(L/2 - l_s)}{V_m[\alpha + \gamma - 2k(a_f + \gamma v_m)]} \sigma\end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}v(z) &= |w_f(z) - w_m(z)| = \\ &= a_f(\bar{\sigma} - \sigma) \times \left[\frac{e^{\lambda l_s} - e^{\lambda z}}{\lambda} - (l_s - z) \right] \times \\ &\quad \left[\frac{1 - 2v_m k}{V_m E_m(a_f + \gamma v_m)} + \frac{1 - 2v k}{V_f E_f(a_f + \gamma v_m)} \right] + \\ &\quad \frac{1 - 2v k}{V_f E_f} (l_s - z) \sigma\end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$k_0 = \frac{2V v_m}{V_m[1 + v_m + 2\gamma + \alpha(1 - v)]} \quad (20)$$

2 界面脱粘

Gao 等人^[4]提出了界面脱粘准则

$$G_i = -\frac{P}{4\pi r_f} \frac{\partial w_f(0)}{\partial l_s} - \frac{1}{2} \int_0^{l_s} \tau(z) \frac{\partial v(z)}{\partial l_s} dz \quad (21)$$

式中 $P = \pi r_f^2 \sigma V_f$, $w_f(0)$ 为基体裂纹平面处纤维轴向位移. 将 $\tau(z)$, $w_f(z = 0)$, $v(z)$ 带入式(21)中并令 $G_i = \Gamma_i$ (Γ_i 为界面脱粘能)得到

$$l_s = \frac{1}{\lambda} \ln \left[1 + \frac{a_f + \gamma v_m}{a_f(1 + \beta)} \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\bar{\sigma} - \sigma} \right) \right] \quad (22)$$

$$\beta = \frac{v[1 - 2v_m k]}{\alpha(1 - 2v k)} \quad (23)$$

$$\sigma_0 = \left[\frac{4V_f E_f(1 + \beta)}{r_f(1 - 2v k)} \Gamma_i \right] \quad (24)$$

3 基体裂纹演化

Soliti 等^[3]提出的临界基体应变能准则假设基体应变能存在一个临界值, 当基体应变能超过临界值时, 多余的基体能量将通过产生新基体裂纹和界面脱粘等损伤机制耗散掉(见图 2).

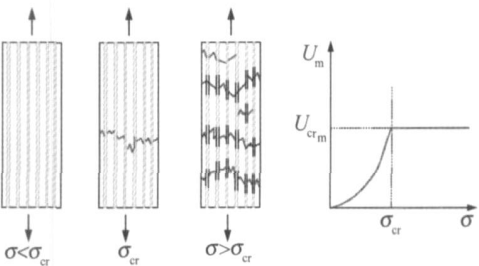


图 2 临界基体应变能准则

Fig. 2 Critical matrix strain energy criterion

定义基体应变能 U_m 为

$$U_m = \frac{1}{2 E_m} \int_0^{l_s} \int_{A_m} \sigma_m^2(z) dz dA_m \quad (25)$$

式中 A_m 为代表性体元基体横截面积.

定义临界基体应变能 U_{cr_m} 为

$$U_{cr_m} = \frac{1}{2} K A_m L_{init} \frac{\sigma_{mo_{cr}}^2}{E_m} \quad (26)$$

式中 K 为临界基体应变能参数, 一般取 $K \in [0, 1]$ ^[3], L_{init} 为初始基体裂纹间隔^[3], $\sigma_{mo_{cr}} = \sigma_{mo}(\sigma_{cr})$, σ_{cr} 为初始基体开裂应力.

令

$$U_m = U_{cr_m} \quad (27)$$

结合式(22)、式(25)~(27)就可以确定应力 σ 下

的基体裂纹间隔。

4 结果和讨论

本文以 SiC/ borosilicate 复合材料为例^[2], 其材料参数: $E_f = 400 \text{ GPa}$, $E_m = 63 \text{ GPa}$, $r_f = 70 \mu\text{m}$, $\Gamma_m = 8.92 \text{ J/m}^2$, $\alpha = 2.6 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\alpha_m = 3.2 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\Delta T = -500 \text{ }^\circ\text{C}$, $\nu = 0.2$, $\nu_m = 0.3$, $\sigma_r = 200 \text{ MPa}$ 。

4.1 界面摩擦系数的影响

图 3 和 4 分别给出了不同界面摩擦系数下界面脱粘长度以及基体裂纹密度 $(1/L)$ 随应力变化曲线。从图 3 中可以看出, 当界面摩擦系数增加时, 在相同应力水平下界面脱粘长度将减小; 由式 (8) 可知, 当界面摩擦系数增加时, 脱粘区摩擦剪应力将增加, 对界面脱粘起阻碍作用^[8]。从图 4 中可以看出, 当界面摩擦系数增加时, 在相同应力水平下基体裂纹密度将增加, 这是由于摩擦系数的增加将使得纤维和基体在界面处载荷传递量增加, 基体将承担更多载荷, 基体应变能达到临界值时所需基体裂纹间隔将减小, 导致基体裂纹密度增加。

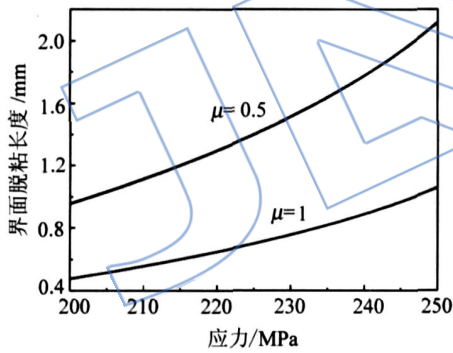


图 3 不同界面摩擦系数下界面脱粘长度随应力变化曲线
Fig. 3 Interface de-bonding length changes with the stress at different interface friction coefficient

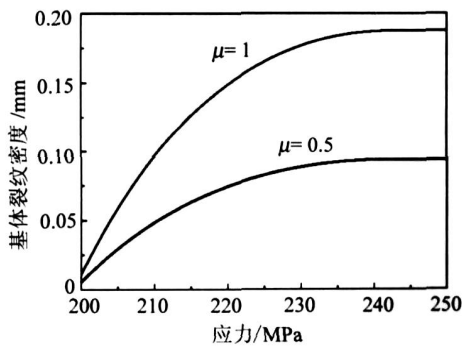


图 4 不同界面摩擦系数下基体裂纹密度随应力变化曲线
Fig. 4 Matrix crack density changes with the stress at different interface friction coefficient

4.2 纤维泊松比的影响

图 5 和 6 分别给出了不同纤维泊松比下界面脱粘长度以及基体裂纹密度 $(1/L)$ 随应力变化曲线。从图 5 中可以看出, 在相同应力水平下界面脱粘长度随纤维泊松比增加而增加, 这是由于当纤维泊松比增加时, 在相同应力水平下纤维泊松收缩将增加, 导致脱粘区摩擦剪应力减小, 使得界面脱粘长度增加^[8]。从图 6 中可以看出, 在相同应力下基体裂纹密度随着纤维泊松比增加而减小, 这是由于当纤维泊松比增加时, 脱粘区摩擦剪应力将减小, 使得纤维与基体之间载荷传递量减小, 基体应变能达到临界值所需要的基体裂纹间隔将增加, 导致基体裂纹密度减小。

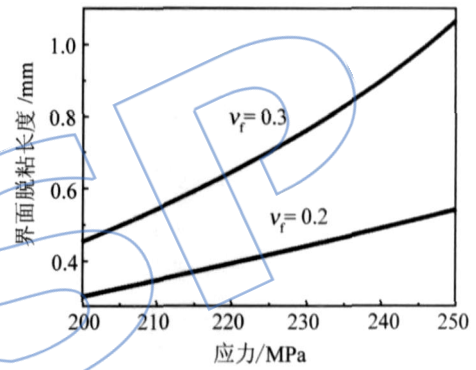


图 5 不同纤维泊松比下界面脱粘长度随应力变化曲线
Fig. 5 Interface de-bonding length changes with the stress at different fiber Poisson ratio

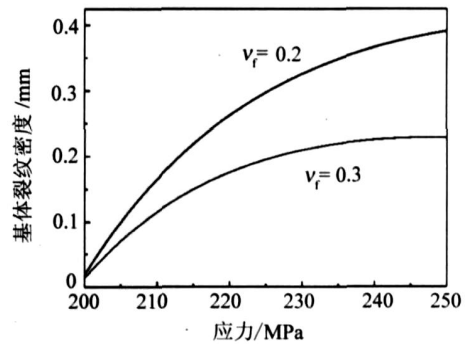


图 6 不同纤维泊松比下基体裂纹密度随应力变化曲线
Fig. 6 Matrix crack density changes with the stress at different fiber Poisson ratio

4.3 界面脱粘能的影响

图 7 和 8 分别给出了不同界面脱粘能下界面脱粘长度以及基体裂纹密度 $(1/L)$ 随应力变化曲线。Chiang^[2]对基体裂纹扩展时界面脱粘进行了研究, 认为当界面脱粘韧性 $\Gamma_i/\Gamma_m < 0.2$ 时界面才发生脱粘。本文对界面脱粘韧性分别为 $\Gamma_i/\Gamma_m = 0.1$ 和 $\Gamma_i/\Gamma_m = 0.2$ 时界面脱粘与基体

裂纹演化进行了分析.从图 7 中可以看出,在相同应力下界面脱粘长度随界面脱粘能增加而减小,这是由于界面粘结增加了界面脱粘所需要的能量耗散^[8].从图 8 中可以看出,在相同应力下基体裂纹密度随界面脱粘能增加而增加,这是由于当界面脱粘能增加时,界面脱粘长度减小,这使得基体承担载荷增加,基体应变能达到临界值时所需基体裂纹间隔减小,导致基体裂纹密度增加.

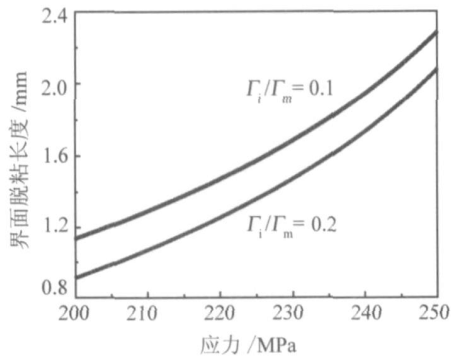


图 7 不同界面脱粘能下界面脱粘长度随应力变化
Fig. 7 Interface de-bonding length changes with the stress at different interface de-bonding energy

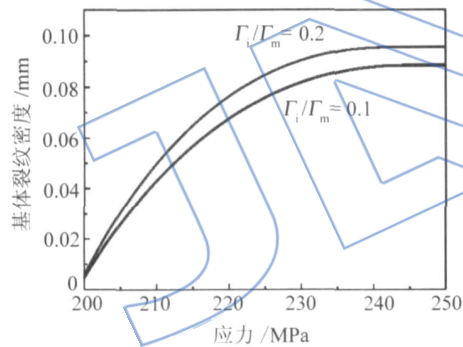


图 8 不同界面脱粘能下基体裂纹密度随应力变化
Fig. 8 Matrix crack density changes with the stress at different interface de-bonding energy

4.4 纤维体积百分比的影响

图 9 和 10 分别给出了不同纤维体积百分比下界面脱粘长度以及基体裂纹密度 $(1/L)$ 随应力变化曲线.从图 9 中可以看出,在相同应力水平下界面脱粘长度随着纤维体积百分比增加而减小,这是由于当纤维体积百分比增加时,在基体裂纹平面纤维承担的桥接力将减小,界面脱粘长度也将减小.从图 10 中可以看出,在相同应力水平下基体裂纹密度随着纤维体积百分比增加而增加,这是由于纤维体积百分比的增加使得纤维与基体之间载荷传递量增加,基体承担载荷增加,基体应变能达到临界值所需基体裂纹间隔减小,导

致基体裂纹密度增加.

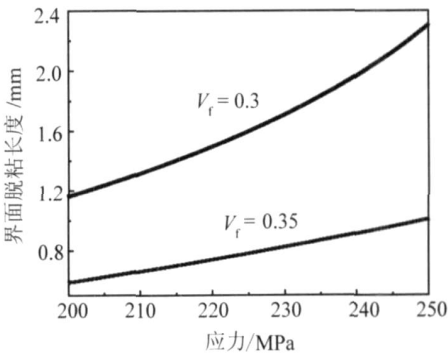


图 9 不同纤维体积百分比界面脱粘长度随应力变化曲线
Fig. 9 Interface de-bonding length changes with the stress at different fiber volume fraction

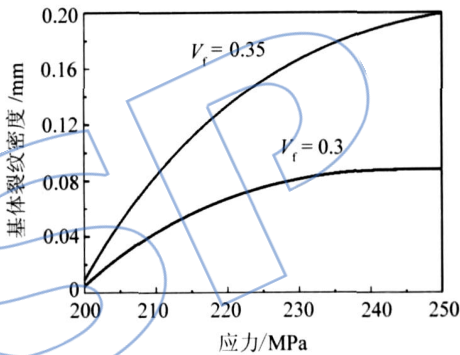


图 10 不同纤维体积百分比基体裂纹密度随应力变化曲线
Fig. 10 Matrix crack density changes with the stress at different fiber volume fraction

4.5 与 Solti 模型对比

图 11 和 12 分别给出了本文方法与 Solti 等^[3]分析得到的界面脱粘长度与基体裂纹密度 $(1/L)$ 随应力变化曲线,在 Solti 等^[3]的分析中,假设脱粘区摩擦剪应力保持常数.从图 11 中可以看出,相同应力水平下,本文方法预测的界面脱粘

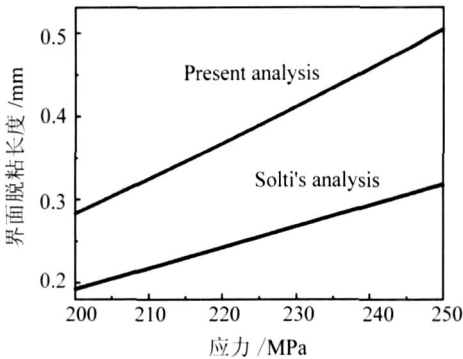


图 11 本文方法与 Solti 等^[3]分析得到的界面脱粘长度随应力变化曲线
Fig. 11 Interface de-bonding length changes with the stress of the present and Solti's^[3] analysis

长度要比 Solti 等^[3]人的结果大,这是由于考虑纤维泊松效应使得界面剪应力减小造成的.从图 12 中可以看出,相同应力水平下,本文方法预测的基体裂纹密度要比 Solti 等人^[3]的结果小,这是由于考虑纤维泊松收缩,使得界面剪应力减小,使得纤维与基体之间载荷传递量减小,基体应变能达到临界值所需要的基体裂纹间隔将增加,导致基体裂纹密度减小.

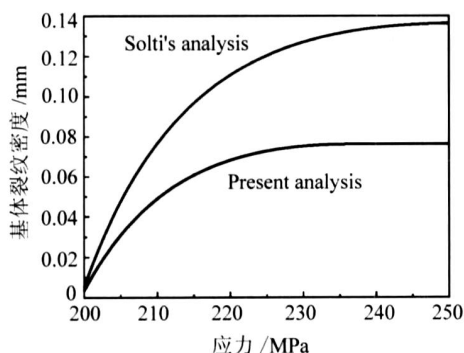


图 12 本文方法与 Solti 等^[3]分析得到的基体裂纹密度随应力变化曲线

Fig. 12 Matrix crack density changes with the stress of the present and Solti's^[3] analysis

5 小 结

本文将库仑摩擦法则与拉梅公式相结合,分析了复合材料出现损伤的细观应力场,讨论了纤维泊松收缩对基体裂纹演化产生的影响:

- 1) 提高界面摩擦系数将增加脱粘区摩擦剪应力,减小界面脱粘长度,增加基体裂纹密度;
- 2) 提高纤维泊松比将使得纤维泊松效应更加显著,减小脱粘区摩擦剪应力,增加界面脱粘长度,减小基体裂纹密度;
- 3) 提高界面粘结韧性将使得界面脱粘长度减小,基体裂纹密度增加;
- 4) 提高纤维体积百分比将使得基体裂纹平面纤维桥接载荷减小,界面脱粘长度减小,基体裂

纹密度增加;

5) 考虑纤维泊松收缩的影响,本文方法预测的界面脱粘长度要比 Solti 等^[3]人的结果大,预测的基体裂纹密度要比 Solti 等^[3]人的结果小,这是由于在 Solti 等^[3]的分析中假设脱粘区界面剪应力为常数、忽略纤维泊松效应造成的.

参考文献:

- [1] 张立同,成来飞.连续纤维增韧陶瓷基复合材料可持续发展战略探讨[J].复合材料学报,2007,24(2):1-6.
ZHANG Litong, CHENG Laifei. Discussion on strategies of sustainable development of continuous fiber reinforced ceramic matrix composites [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2007, 24(2): 1-6. (in Chinese)
- [2] Chiang Y C. On fiber debonding and matrix cracking in fiber-reinforced ceramics [J]. Composites Science and Technology, 2001, 61:1743-1756.
- [3] Solti J P, Mall S, Robertson D D. Modeling of matrix failure in ceramic matrix composites [J]. Journal of Composites Technology and Research, 1997, 19(1):29-40.
- [4] Gao Y, Mai Y, Cotterell B. Fracture of fiber-reinforced materials[J]. J Applied Mathematics and Physics (ZAMP), 1988, 39(7):550-572.
- [5] Dutton R E, Pagano N J, Parthasarathy T A. Modeling the ultimate tensile strength of unidirectional glass-matrix composites[J]. J. Am. Ceram. Soc, 2000, 83(1): 166-174.
- [6] 张鸿,宋迎东.陶瓷基复合材料纤维拔出力学分析[J].航空动力学报,2007,22(11):1886-1892.
ZHANG Hong, SONG Yingdong. Study of energy release rates for crack deflection of ceramic matrix composites[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(11):1886-1892. (in Chinese)
- [7] 俞学中,刘鹏飞,郭乙木,等.纤维拔出时 Coulomb 摩擦界面应力传递[J].浙江大学学报(工学版),2006,40(8):1413-1417.
YU Xuezhong, LIU Pengfei, GUO Yimu, et al. Coulomb friction interfacial stress transfer in fiber pull-out[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2006, 40(8):1413-1417. (in Chinese)